

Objectifs :

- Utiliser la géométrie pour déterminer le rayon de la Terre.
- Prendre conscience de l'importance des hypothèses.

Introduction : En comparant les méthodes que mirent en place, Eratosthène et Anaxagore pour calculer le rayon de la Terre, nous verrons l'importance que prend une hypothèse, dans le résultat final.

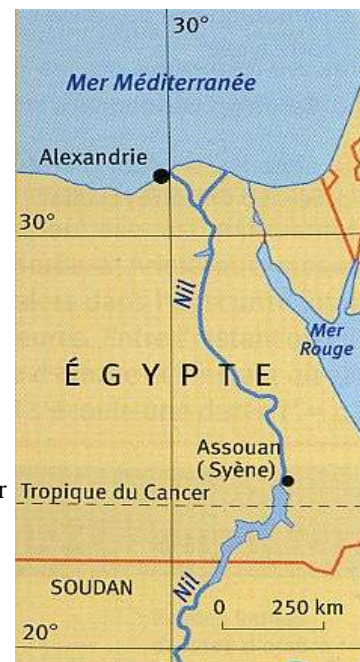
1- La méthode d'Eratosthène :

Introduction : Eratosthène était un contemporain d'Archimède. Mathématicien et astronome, il dirigea la Bibliothèque d'Alexandrie, en Egypte, vers 250 av. J.C. Outre une carte du monde détaillée, utilisant pour la première fois les méridiens et les parallèles, on lui doit une valeur remarquablement précise du diamètre de la Terre, qu'il obtint grâce à une méthode ingénieuse, sans quitter son bureau.

a) Document : le diamètre de la Terre

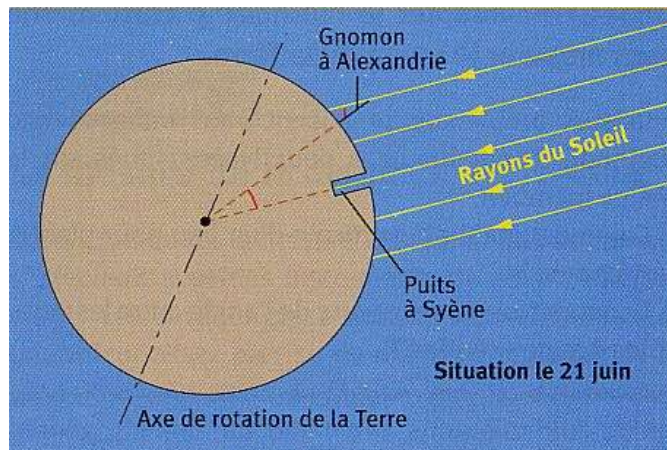
Eratosthène est persuadé, comme Aristote, que la Terre est sphérique ; il croit également, à la différence d'Anaxagore, que le Soleil est très éloigné, et que ses rayons arrivent quasi parallèlement en tout point du globe terrestre.

Syène (de nos jours Assouan), est une ville du sud de l'Egypte, proche du tropique du Cancer (voir carte 1). Eratosthène a appris, vraisemblablement par des voyageurs (d'autres versions disent qu'il l'a découvert dans un des ouvrages de la Bibliothèque dont il est conservateur), que dans cette ville, le 21 juin, jour du solstice d'été, on peut voir à midi le Soleil se réfléchir sur l'eau au fond d'un puits profond et étroit. Si l'on plante un bâton vertical (un gnomon), midi est l'heure à laquelle son ombre a une longueur minimale, en tout point du globe terrestre. Ce 21 juin, à Syène, un gnomon n'a pas d'ombre à midi. Le même jour, à la même heure, Eratosthène constate qu'à Alexandrie, la longueur de l'ombre d'un gnomon n'est pas nulle. Il attribue cette différence à la rotondité de la Terre, dont il veut ainsi mesurer le rayon. Connaissant la longueur L de l'ombre du gnomon à Alexandrie, (L est égale à un huitième de la hauteur h du gnomon), il obtient alors l'angle que font les rayons avec la verticale en ce lieu : un cinquantième de cercle soit environ $7,2^\circ$. Eratosthène sait par ailleurs que les caravanes de chameaux mettent cinquante jours pour venir de Syène à alexandrie. En estimant que ces chameaux parcourent environ 100 stades par jour, il calcule la distance entre les deux villes. Il en déduit une valeur du rayon de la Terre de l'ordre de 6500 km. La valeur réelle est 6400 km, son résultat est donc d'une précision tout à fait remarquable.



b) Questions :

- ✓ Quelle est la position particulière de Syène sur la Terre ?
- ✓ Pourquoi Eratosthène doit-il faire la mesure à midi ? L'heure est-elle celle indiquée par votre montre ?
- ✓ Comment obtenir la droite représentant la verticale en un point de la Terre ?
- ✓ Vérifiez le calcul de l'angle que font les rayons avec la verticale ?
- ✓ En partant de la valeur de l'angle obtenue précédemment et en vous aidant de la figure 2, refaites le calcul de la circonférence de notre planète. (Vous supposerez, comme Eratosthène, que les rayons solaires arrivent parallèlement sur notre planète, vous vous servirez de l'égalité des angles alternes internes et de la formule donnant le périmètre d'un cercle).
- ✓ Sachant que le stade, unité de longueur à l'époque, valait 157 m, montrez que le résultat obtenu est proche de 6500 km.
- ✓ Calculez l'incertitude relative sur la mesure d'Eratosthène.
- ✓ Pour que la mesure soit plus précise, il faudrait que Syène et Alexandrie se situent exactement sur une ligne particulière : laquelle ? Est-ce le cas ? Trouvez d'autres causes d'erreurs possibles faussant la mesure d'Eratosthène.



2- L'erreur d'Anaxagore :

Deux siècles avant Eratosthène, Anaxagore disposait des mêmes observations que lui :

- la distance entre Alexandrie et Syène est égale à 5000 stades, soit 800 km environ ;
- un gnomon vertical planté à Syène n'a pas d'ombre à midi le jour du solstice d'été, alors que le même jour et à la même heure, les rayons du Soleil font un angle de $7,2^\circ$ avec un gnomon vertical à Alexandrie.

Anaxagore postule (i.e. choisit comme hypothèse) que la Terre est plate et que le soleil n'en est pas suffisamment éloigné pour que ces rayons soient parallèles quand ils atteignent notre planète.

- ✓ Faites un schéma montrant Syène, Alexandrie et leurs gnomons. Représenter le Soleil par son centre et les rayons solaires comme s'ils en étaient issus pour simplifier. Faire figurer les données numériques de l'énoncé.
- ✓ Si la hauteur du gnomon d'Alexandrie est égale à 1,5 m, quelle est la longueur L de son ombre ?
- ✓ Calculer la valeur D de la distance Terre-Soleil dans l'hypothèse d'Anaxagore.