

Correction du DM n° 2 : Acoustique musical et physique des sons

Activité 1 p 78 :

1. L'unité utilisée pour exprimer l'intensité sonore est le $W.m^{-2}$ (watt par mètre carré).
2. L'intensité sonore est donc la puissance sonore transportée par l'onde par unité de surface du récepteur.
3. On dit que cette échelle est logarithmique car c'est une échelle variable (sur l'axe des abscisses, si un cm sur le graphique correspond à 10 Hz au début, il correspondra à 100 Hz en milieu de graphique puis à 10000 Hz à la fin). L'intérêt de ce type de graphique est d'« écraser » une courbe trop rapidement croissante pour en permettre une représentation graphique raisonnable (pas un graphique d'1 km²).
4. L'intensité sonore de référence a été prise égale à $10^{-12} W.m^{-2}$ car cette intensité correspond au seuil d'audibilité moyenne, c'est-à-dire à l'intensité à partir de laquelle un humain moyen commence à percevoir un son.
5. Au vu de l'audiogramme, le domaine des audiofréquences (fréquences audibles) s'étale de 20 Hz à 20 kHz.
6. Soit L , le niveau sonore de départ et L' , celui après augmentation et soit n , l'augmentation en dB_A. On cherche à déterminer le rapport I'/I des intensités sonores après et avant augmentation en fonction de n .
 $L' - L = n = 10 \cdot \text{Log}(I'/I_0) - 10 \cdot \text{Log}(I/I_0) = 10 \cdot [\text{Log}(I'/I_0 * I_0/I)] = 10 \cdot \text{Log}(I'/I) = n$
donc $I'/I = 10^{n/10}$.
AN : $n = 10 \text{ dB}_A$, $I'/I = 10^1$; $n = 20 \text{ dB}_A$, $I'/I = 10^2$; $n = 4 \text{ dB}_A$, $I'/I = 10^{0.4} = 2,5$.

Activité 3 p 81 :

1. Soit deux notes séparées de n demi-tons, puisque nous savons qu'un demi-ton est l'intervalle de valeur $2^{1/12}$, le rapport des hauteurs de ces deux notes est donc $(2^{1/12})^n = 2^{(1/12)*n} = 2^{n/12}$.

2.

Note	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO
Fréquence (Hz)	261,6	293,7	329,6	349,2	392,0	440,0	493,9	523,3

3. L'altération d'une note par un dièse correspond à l'ajout d'un demi-ton donc à la multiplication de sa fréquence (sa hauteur) par un facteur $2^{1/12}$. La fréquence du Sol₃[#] est donc $392,0 * 2^{1/12} = 415,3 \text{ Hz}$.
4. Trois tons et demi correspondant à 7 demi-tons, l'intervalle de « quinte » dans la gamme tempérée vaut donc : $2^{7/12} = 1,4983$.
5. Dans la gamme tempérée, le Fa₃ et le Do₄ sont deux notes non altérées séparées d'une quinte (de même Ré₃ et La₃).
6. On peut considérer que la consonnance de la quinte dans la gamme tempérée est pratiquement parfaite puisque sa valeur vaut 1,4983 et qu'elle vaut $3/2 = 1,5$ dans la gamme naturelle.
7. Dans la gamme tempérée, $f(\text{Ré}^\#) = 2^{1/12} \cdot f(\text{Ré})$ et $f(\text{Mi}^b) = 2^{-1/12} \cdot f(\text{Mi})$. Puisqu'un ton sépare le Ré du Mi, $f(\text{Ré}) = 2^{-1/6} \cdot f(\text{Mi})$, donc $f(\text{Ré}^\#) = 2^{1/12} \cdot f(\text{Ré}) = 2^{1/12} \cdot 2^{-1/6} \cdot f(\text{Mi}) = 2^{-1/12} \cdot f(\text{Mi}) = f(\text{Mi}^b)$. Les hauteurs du Ré[#] et du Mi^b sont donc les mêmes.
8. Si l'on augmente la tonalité d'une œuvre de 2 tons, le Do₃ est remplacé par le Mi₃, le Mi₃ par un Sol₃[#] (ou un La₃^b) et le Si₃ par Ré₄[#] (ou un Mi₄^b).

Exercice 19 p 74 :

1. Puisque la fréquence des oscillations libres est celle du fondamental, nous pouvons affirmer que :

$$\begin{array}{ll} \text{Sol}_2 : f_1 = 196 \text{ Hz} & \text{La}_3 : f_1 = 440 \text{ Hz} \\ \text{Ré}_3 : f_1 = 293,7 \text{ Hz} & \text{Mi}_4 : f_1 = 659,2 \text{ Hz} \end{array}$$

2. Puisque les cordes ont toutes la même longueur (32,5 cm) et que la longueur d'onde de l'onde stationnaire est liée à celle de la corde par la relation : $L = n \cdot \lambda / 2$ (où n indice le mode de vibration de l'onde stationnaire et vaut 1 pour le mode fondamental), nous obtenons la relation suivante (valable pour toutes les cordes de ce violon) : $\lambda = 2 \cdot L = 65,0 \text{ cm} = 0,650 \text{ m}$.

3. La célérité de l'onde est liée à la longueur d'onde et à la fréquence par la relation : $v = \lambda \cdot f$ (λ en mètre, f en Hz et v en $m \cdot s^{-1}$).

Nous obtenons donc :

$$\begin{array}{ll} \text{Sol}_2 : v = 6,50 \cdot 10^{-1} \cdot 196 = 127 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} & \text{La}_3 : v = 6,50 \cdot 10^{-1} \cdot 440 = 286 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ \text{Ré}_3 : v = 6,50 \cdot 10^{-1} \cdot 293,7 = 191 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} & \text{Mi}_4 : v = 6,50 \cdot 10^{-1} \cdot 659,2 = 428 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{array}$$

4. Puisque $v = \sqrt{T / \mu}$, $\mu = T / v^2$. Nous obtenons les résultats suivants :

$$\begin{array}{ll} \text{Sol}_2 : \mu = 60 / (127^2) = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} & \text{La}_3 : \mu = 60 / (286^2) = 7,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \\ \text{Ré}_3 : \mu = 60 / (191^2) = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} & \text{Mi}_4 : \mu = 60 / (428^2) = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \end{array}$$

5. Lisons la masse linéique μ et la masse volumique ρ d'une corde (cylindrique). m , la masse de cette corde vaut $m = \mu \cdot L = \rho \cdot V$ où L est la longueur de cette corde et V son volume. Comme le volume d'un cylindre est donné par $V = \pi \cdot D^2 \cdot L / 4$ où D est le diamètre du cylindre, nous pouvons écrire : $\mu \cdot L = \rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot L / 4$. Nous en tirons la valeur de

$$D = \sqrt{\frac{4\mu}{\pi\rho}} = [(4,7,3 \cdot 10^{-4}) / (3,14,7,8 \cdot 10^3)]^{1/2} = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

6. Pour ajuster sur les cordes, les bonnes fréquences de vibration, il faut augmenter ou diminuer la tension de la corde et pour cela, jouer avec les clés du violon.

Exercice 20 p 74 :

1. Comme nous l'avons vu précédemment (question 2 de l'exercice 19), la relation entre la longueur d'onde du mode fondamental et la longueur de la corde est : $\lambda = 2 \cdot L = 1,30 \text{ m}$.

2. La tension de la corde est telle que $T = \mu \cdot v^2$ (question 4 de l'exercice 19). Puisque $v = \lambda \cdot f$, $T = \mu \cdot \lambda^2 \cdot f^2$.
AN : $T = 0,625 \cdot 10^{-3} \cdot (1,30)^2 \cdot (329,6)^2 = 115 \text{ N}$

3. a. La formule précédente, avec la nouvelle valeur de la fréquence, nous donne $T = 7,2 \text{ N}$. Cette tension est trop faible pour que la corde soit suffisamment tendue pour permettre l'établissement d'ondes stationnaires. Le son qui en sortirait ne serait pas agréable à l'audition.

3. b. Reprenons l'équation de la question 2 et tirons-en l'expression de la masse linéique, nous obtenons :

$$\mu = T / (\lambda^2 \cdot f^2).$$

L'application numérique nous donne alors $\mu_2 = 115 / (1,3 \cdot 329,6)^2 = 0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$.

3. c. De l'équation de la question 5 de l'exercice 19, nous pouvons tirer une écriture de la masse volumique de l'acier utilisé : $\rho = 4 \cdot \mu / \pi \cdot D^2$ et si nous supposons que le même acier est utilisé pour les deux cordes nous pouvons écrire : $4 \cdot \mu_1 / \pi \cdot D_1^2 = 4 \cdot \mu_2 / \pi \cdot D_2^2$ où μ_1 (resp. μ_2) est la masse linéique de la corde 1 (resp. 2) et D_1 (resp. D_2) est le diamètre de celle-ci.

Nous avons donc : $D_2 / D_1 = (\mu_1 / \mu_2)^{1/2} = 4$ et donc $D_2 = 4 \cdot D_1$

Le diamètre de la corde donnant la note la plus grave serait donc 4 fois supérieur à celui de la corde donnant la note la plus aiguë ce qui ne serait pas vraiment pratique pour le musicien.

3. d. C'est pourquoi on préfère à la corde en acier une corde en fibre synthétique autour duquel est enroulé un fil métallique très fin.

Exercice 22 p 75 :

1. Les forces de Laplace (forces d'induction électromagnétique) créées par l'électroaimant sont responsables de l'instauration d'un régime d'onde stationnaires dans la corde de Melde (voir figure 1).

2. Puisque la corde présente trois ventres, il s'agit du mode propre de vibration appelé harmonique 3 quantifié par l'entier $n = 3$.

3. Sa fréquence est celle de l'excitation de la corde fixée par le courant sinusoïdal qui traverse l'électroaimant à 100 Hz. On sait que la longueur d'onde est donnée par la relation : $\lambda = 2 \cdot L / n$ donc $\lambda = 2,7,25 \cdot 10^{-1} / 3 = 4,83 \cdot 10^{-1} \text{ m}$.

4. $v = \lambda \cdot f$, donc $v_1 = 4,8 \cdot 10^{-1} \cdot 100 = 48,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, la célérité des ondes sur la corde est de 48 mètre par seconde.

5. Reprenons la relation $\lambda = 2 \cdot L / n$, elle nous permet d'écrire $L = n \cdot \lambda / 2$. Puisque λ est constante dans les conditions de l'expérience (elle ne dépend en effet que de la fréquence et de la tension du fil), nous obtiendrons l'établissement d'un régime des ondes stationnaires pour les longueurs : $L_1 = 24,2 \text{ cm}$, $L_2 = 48,3 \text{ cm}$, $L_3 = 72,5 \text{ cm}$, $L_4 = 96,7 \text{ cm}$.

6. a. Puisque $v = \lambda \cdot f$ et que $\lambda = 2 \cdot L / n$, $v_2 = 2 \cdot L \cdot f / n$ avec $n = 4$ puisqu'il s'agit de l'harmonique 4 (on observe en effet quatre ventres de vibration).

$$\text{AN : } v_2 = 2 \cdot 6,83 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 / 4 = 3,42 \cdot 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$6. \text{ b. } (v_2 / v_1)^2 = (3,42 \cdot 10^1 / 4,8 \cdot 10^1)^2 = 0,500$$

$$m_2 / m_1 = 250 / 500 = 0,5$$

La célérité des ondes se propageant dans le fil est donc une fonction croissante de la tension de ce fil et la variation du carré de la célérité est égale à la variation de la tension. La tension est en effet égale au poids de la masse suspendue.



Figure 1