

1331

48621

repère à reporter sur la copie

SESSION DE 2002

**concours externe
de recrutement de professeurs certifiés
et concours d'accès à des listes d'aptitude (CAFEP)**

section : physique et chimie

composition de physique avec applications

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

Les candidats doivent reporter sur leur copie, devant leurs réponses, la numération complète (chiffres et lettres) des questions de l'énoncé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant la raison des initiatives qu'il est amené à prendre de ce fait.

L'indication de l'unité employée devra être précisée pour chacun des résultats numériques.

Tournez la page S.V.P.

Les réponses aux questions qualitatives devront être justifiées. Les applications numériques et la discussion de la pertinence des résultats seront prises en compte.

Données numériques générales

Constante de la gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Masse de la Terre : $M_T = 5,976 \times 10^{24} \text{ kg}$

Rayon équatorial de la Terre : $R_T = 6398 \text{ km}$

Masse molaire atomique de l'hydrogène : $M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$

Masse molaire atomique de l'oxygène : $M_O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$

Constante molaire des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

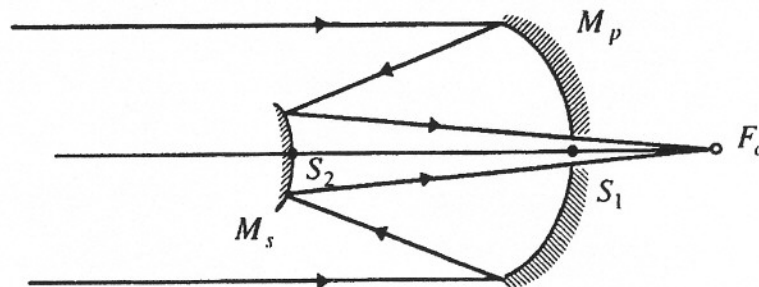
Pouvoir séparateur de l'œil : $\alpha_{\text{im}} = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$

A. Interférométrie stellaire optique

Imaginée dès 1868 par Fizeau, qui en établit la théorie, l'interférométrie stellaire dans le domaine optique ne parvint à maturité qu'un siècle plus tard. Les premières tentatives expérimentales, dues à Fizeau et Stéphan, disposant d'un télescope d'un mètre de diamètre, et visant des étoiles parmi les plus lumineuses, se soldèrent par un échec. Dès 1890, Michelson parvient à valider la méthode en retrouvant les dimensions des satellites de Jupiter. Ce n'est qu'en 1920 que Michelson et Pease réussissent, pour la première fois, à l'aide du télescope de 2,5 mètres de diamètre du mont Wilson, à déterminer le diamètre angulaire d'une étoile (Bételgeuse dans la constellation d'Orion). Cette étoile est une géante rouge dont ils évaluent le diamètre à 400 fois celui du Soleil. L'idée d'utiliser deux télescopes pour faire ensuite interférer les deux faisceaux qui en sont issus a longtemps été considérée comme irréalisable dans le domaine optique ; opérationnelle dans le domaine des ondes radio dès la fin de la Seconde Guerre mondiale, elle n'est passée au domaine optique que sous l'impulsion d'Antoine Labeyrie en 1970, qui obtient les premiers résultats en 1974. Toutefois, cette technique, désormais opérationnelle, a l'inconvénient de délivrer une information monodimensionnelle (écart angulaire) et est sérieusement concurrencée par l'optique adaptative, qui fournit une information bidimensionnelle (images). Depuis 1996 (étoile double Capella), l'utilisation de 3 télescopes ouvre à l'interférométrie optique l'accès à la synthèse d'images bidimensionnelles.

A.1. Optique géométrique

L'objectif d'un télescope est constitué d'un miroir primaire sphérique M_p , concave, dont le rayon de courbure sur l'axe optique est de 30 m, et un petit miroir sphérique secondaire M_s , convexe, de rayon de courbure 32 m. La distance entre les sommets S_1 et S_2 des deux miroirs est 9 m.



A.I.1. Dans la suite, on assimile le télescope à une lentille mince convergente L_1 , de centre O et de distance focale image $f_1' = 24$ m et de diamètre d'ouverture $D = 3,5$ m.

A.I.1.a) Citer les inconvénients d'une telle lentille mince par rapport au système original.

A.I.1.b) Quelles sont les raisons qui amènent à construire des télescopes de grand diamètre ?

A.I.2. Afin de permettre une observation visuelle, on associe à la lentille L_1 un oculaire que l'on peut schématiser par une lentille mince convergente L_2 de même axe optique et de distance focale image $f_2' = 2,5$ cm. Le centre optique O_2 de L_2 est placé de telle sorte que le système soit afocal (image à l'infini d'un objet à l'infini).

A.I.2.a) Quel est l'intérêt de ce réglage ?

~~A.I.2.b)~~ Quelle est alors la distance entre les centres optiques des deux lentilles ?

~~A.I.2.c)~~ Faire, sans respecter l'échelle, un schéma représentant la position relative des deux lentilles. Tracer la marche d'un faisceau incident parallèle, incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique, et limité par la monture de la lentille L_1 .

A.I.3. On observe à travers le système l'étoile double Sirius, dont les deux composantes sont écartées d'un angle $\varepsilon \approx 3,8 \times 10^{-5}$ rad.

~~A.I.3.a)~~ Les deux composantes de Sirius sont-elles séparées à l'œil nu ?

A.I.3.b) Devraient-elles être séparées par observation visuelle à travers le système ? Commenter.

A.II. Limitation due à la diffraction

Oz désigne l'axe optique de la lentille L_1 . On accole un diaphragme D devant la lentille L_1 équivalente au télescope et on observe la répartition de l'éclairement dans son plan focal image FXY , d'équation $z = f_1'$, au voisinage du foyer principal image F' .

A.II.1. Pour un diaphragme rectangulaire de côtés parallèles aux axes Ox et Oy , et de dimensions respectives a et b parallèlement à ces axes, on montre que, lorsque l'onde incidente est une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde λ , se propageant selon l'axe optique de L_1 , l'intensité lumineuse au point $P(X, Y)$ du plan focal image est de la forme

$$I(X, Y) = I_0 \sin_c^2 \left(\frac{\pi a X}{\lambda f_1'} \right) \sin_c^2 \left(\frac{\pi b Y}{\lambda f_1'} \right)$$

où l'on a introduit la fonction *sinus cardinal* définie par

$$\sin_c(x) = \frac{\sin x}{x}$$

~~A.II.1.a)~~ Sans calcul préalable, représenter sur un schéma l'allure de la figure de diffraction lorsque le diaphragme est carré.

A.II.1.b) Donner l'inclinaison θ par rapport à l'axe optique d'un rayon qui parvient au point P de coordonnées $(X, 0)$ dans le plan focal image de la lentille. Donner l'expression de $I(\theta)$ pour le point $P(X, 0)$.

Tournez la page S.V.P.

A.II.1.c) Tracer la courbe représentative de $I(\theta)$. On appelle demi-largeur angulaire de la tache centrale de diffraction la distance angulaire entre le centre de la figure de diffraction et le premier minimum de I . Déterminer la demi-largeur angulaire $\Delta\theta$ dans la direction $F'X$ en fonction de a et λ .

A.II.2. Que devient la figure de diffraction dans le cas où $b \gg a$ et $b \gg \lambda$?

A.II.3. Comment est modifiée la figure de diffraction si l'onde incidente est inclinée par rapport à l'axe optique ? On envisagera une direction de propagation de vecteur unitaire

$$\vec{u}_0 = \varepsilon \vec{e}_x + \vec{e}_z \text{ avec } \varepsilon \ll 1.$$

A.II.4. On remplace le diaphragme carré par un diaphragme circulaire de rayon R .

A.II.4.a) Donner sur un schéma l'aspect de la figure de diffraction observée dans le plan $F'XY$. On n'effectuera aucun calcul et on se contentera d'exploiter les propriétés de symétrie.

A.II.4.b) On montre que la largeur angulaire de la tache centrale se déduit de celle qui a été obtenue pour le diaphragme carré en effectuant le changement

$$a \rightarrow \frac{R}{0,61},$$

Que devient la largeur angulaire de la tache centrale de diffraction ?

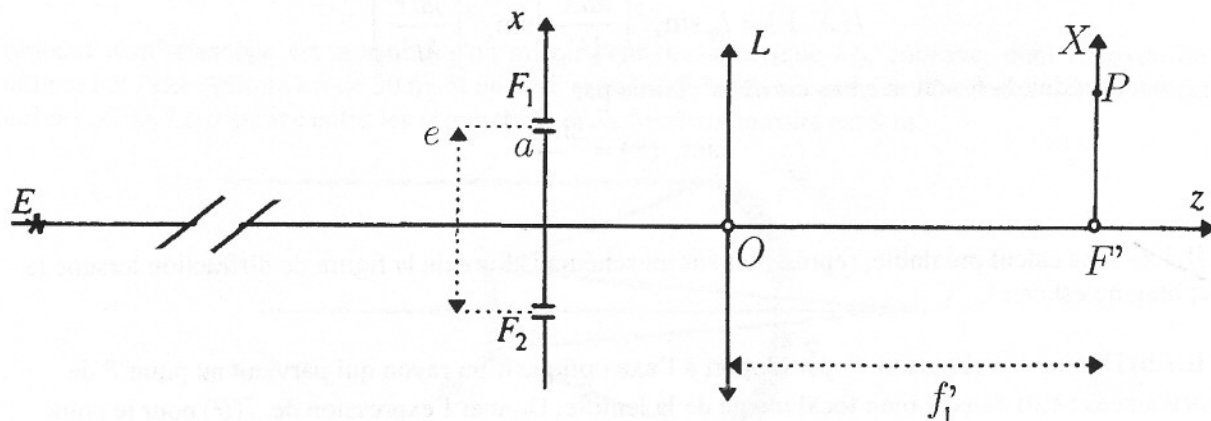
A.II.5. Le critère de Rayleigh indique que la limite de résolution d'un système optique est l'écart angulaire de deux objets mutuellement incohérents donnant des taches centrales de diffraction décalées de telle sorte que le maximum de l'une soit située sur le premier minimum nul de l'autre.

A.II.5.a) Le diaphragme étant la monture (circulaire) de la lentille équivalente de diamètre D , quelle est la limite de résolution du télescope pour une longueur d'onde λ ?

A.II.5.b) La résolution des composantes de Sirius est-elle remise en cause par la diffraction pour $\lambda = 635 \text{ nm}$?

A.III. Fentes de Young : méthode de Fizeau

Le diaphragme pupillaire est percé de deux fentes F_1 et F_2 (fentes de Young) de largeur a et de longueur b , et distantes de e .



A.III.1.a) Tracer la marche des rayons lumineux issus de l'étoile située sur l'axe de la lentille, qui interfèrent en P et mettre en évidence, en la justifiant, la différence de marche sur le schéma.

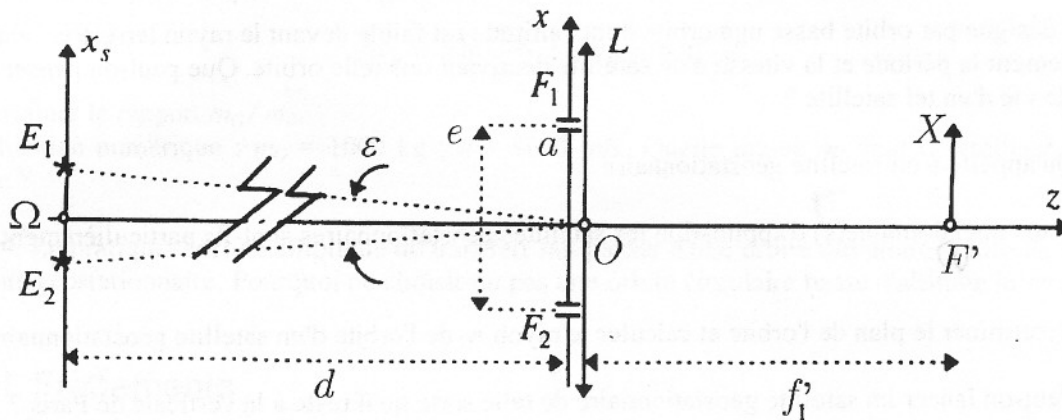
A.III.1.b) L'éclairement $I(X,0)$ dans le plan focal image de la lentille, peut se mettre, pour $Y=0$, sous la forme

$$I(X,0) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi a X}{\lambda f'_1} \right) (1 + \cos \phi)$$

Exprimer ϕ en fonction de X et des données.

A.III.1.c) Que deviennent ϕ et $I(X,Y)$ pour $Y \neq 0$?

A.III.2. On pointe, avec le dispositif précédent, le centre Ω d'une étoile double symétrique ; cette étoile est constituée de deux sources primaires incohérentes E_1 et E_2 , de contributions égales en intensité : $I_{s1} = I_{s2} = I_s$. On oriente la direction définie par les fentes de telle sorte que $F_1 F_2$ passant par O soit parallèle à $E_1 E_2$. La largeur a de chacune des fentes est négligeable devant la distance e qui les sépare. On désigne par d la distance ΩO , x_{s1} la position de E_1 selon un axe Ωx_s parallèle à l'axe pupillaire Ox et x_{s2} la position analogue de E_2 . On a ici : $x_{s2} = -x_{s1}$.



A.III.2.a) Justifier par un schéma commenté que la différence de phase entre les deux voies en amont des fentes est, pour l'étoile E_1 :

$$\phi_1 = \frac{\pi e \varepsilon}{\lambda}$$

En déduire l'expression de l'éclairement I_1 en $P(X, 0, f'_1)$ dû à l'étoile E_1 .

A.III.2.b) Donner sans calcul l'expression de l'éclairement I_2 en P dû à l'étoile E_2 .

Quelles sont, en fonction de I_s, λ, e, X, f'_1 , et ε , les contributions de E_1 et E_2 à l'éclairement total au point P ?

A.III.2.c) Montrer que la répartition de l'éclairement devient uniforme pour certaines valeurs de la distance e . Soit e_1 la plus petite de ces valeurs ; montrer que sa détermination permet d'accéder à la distance angulaire ε qui sépare E_1 et E_2 .

A.III.2.d) Dans le cas de Capella, supposée symétrique dans le visible, pour $\lambda = 635 \text{ nm}$, on a trouvé $e_1 = 116,5 \text{ cm}$. En déduire ε en seconde d'arc.

Tournez la page S.V.P.

B Satellites artificiels

B.I. Orbites circulaires

~~B.I.1.~~ Définir le référentiel géocentrique. Indiquer l'intérêt de ce référentiel pour étudier le mouvement d'un satellite terrestre.

~~B.I.2.a)~~ Dans l'approximation d'une répartition des masses à symétrie sphérique, donner l'expression du module du champ gravitationnel terrestre $g(r)$ à une distance r ($r > R_T$) du centre C de la Terre. On posera $g_0 = g(R_T)$.

~~B.I.2.b)~~ Exprimer en fonction de g_0 , r et R_T la vitesse $v(r)$, évaluée dans le référentiel géocentrique, d'un satellite terrestre en orbite circulaire de rayon r .

~~B.I.2.c)~~ En déduire la période $T(r)$ du mouvement du satellite.

~~B.I.2.d)~~ Comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de gravitation d'un satellite en orbite circulaire.

~~B.I.3.~~ On désigne par orbite basse une orbite dont l'altitude est faible devant le rayon terrestre. Evaluer numériquement la période et la vitesse d'un satellite décrivant une telle orbite. Que peut-on penser de la durée de vie d'un tel satellite ?

~~B.I.4.a)~~ Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?

~~B.I.4.b)~~ Dans quel domaine(s) d'application les satellites géostationnaires sont-ils particulièrement utiles ? (5)

B.I.4.c) Déterminer le plan de l'orbite et calculer le rayon r_G de l'orbite d'un satellite géostationnaire.

B.I.4.d) Peut-on lancer un satellite géostationnaire de telle sorte qu'il reste à la verticale de Paris ?

~~B.I.4.e)~~ Que peut-on répondre à un élève qui affirme :

- ✓ la période de révolution d'un satellite géostationnaire est nulle parce qu'il est immobile ;
- la période de révolution d'un satellite géostationnaire est infinie parce qu'il est immobile ;
- la période de révolution d'un satellite géostationnaire est égale à 1 jour, soit $24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$;
- j'ai lu dans un site Internet que la période de révolution d'un satellite géostationnaire vaut 86164 s , mais je ne comprends pas pourquoi.

B.II. Problème du transfert

On admettra que l'énergie mécanique d'un satellite en orbite elliptique est de la forme

$E = -\frac{K}{a}$, où a est le demi-grand axe de l'ellipse trajectoire et K une constante dépendant de la masse de la Terre, de la masse du satellite et de G .

~~B.II.1.~~ En identifiant cette expression avec celle de l'énergie d'un satellite en orbite circulaire, déterminer K .

B.II.2. On désire faire passer un satellite d'une orbite circulaire basse ($r \approx R_T$) dans le plan équatorial de la Terre à une orbite géostationnaire. Pour cela, on communique une brusque variation de vitesse

$\Delta \vec{v}_B$ du satellite en un point B de l'orbite basse, afin que le satellite se trouve sur une orbite elliptique (orbite de transfert de Hohmann) tangente en B à l'orbite basse et tangente en un point H à l'orbite géostationnaire.

~~B.II.2.a)~~ Faire un schéma soigné sur lequel on placera le centre C de la Terre, les trajectoires circulaires basse et géostationnaire et l'orbite de transfert.

B.II.2.b) Déterminer le demi-grand axe a de l'orbite de transfert.

B.II.2.c) Déterminer la variation de vitesse $\Delta \vec{v}_B$ (norme et direction) convenable.

B.II.2.d) Lorsque le satellite parvient au point H , on lui communique une nouvelle brusque variation de vitesse $\Delta \vec{v}_H$ afin qu'il passe de l'orbite de transfert à l'orbite géostationnaire. Déterminer la variation de vitesse $\Delta \vec{v}_H$ (norme et direction) convenable.

B.II.3. Les variations de vitesse Δv_B et Δv_H sont obtenues par la mise en action d'un moteur qui éjecte des produits de combustion avec une vitesse relative d'éjection u et un débit massique D (voir question C.II.1.). Si m_B et m_H sont respectivement la masse du satellite en orbite basse, et sur l'orbite de transfert, on montre que

$$\Delta v_B = u \ln \frac{m_B}{m_H} ; \Delta v_H = u \ln \frac{m_H}{m_G}$$

Déterminer le rapport m_G/m_B .

Application numérique : $m_G = 1000$ kg ; $u = 3000$ m/s. Quelle masse m_B faut-il satelliser en orbite basse ?

~~B.II.4.~~ En pratique, l'orbite elliptique de transfert fait passer d'une orbite circulaire d'altitude 200 km à l'orbite géostationnaire. Pourquoi ne choisit-on pas une orbite circulaire basse d'altitude inférieure ?

B.III. Frottements

~~B.III.1.a)~~ Pour un satellite en orbite basse elliptique, justifier que c'est au voisinage du périhélie que les frottements sont les plus intenses.

~~B.III.1.b)~~ On modélise les effets des frottements par une diminution de vitesse au passage au périhélie. Montrer qualitativement que ce modèle conduit à une circularisation progressive de la trajectoire elliptique.

~~B.III.2.a)~~ Pour un satellite en orbite quasi-circulaire, montrer par un bilan énergétique que les frottements aérodynamiques ont pour effet paradoxal d'accroître la vitesse.

~~B.III.2.b)~~ N'y a-t-il pas contradiction entre ce résultat et celui de la question B.III.1.b ? Commenter.

C. Propulsion par réaction

C.I. Préambule

~~C.I.1.~~ On réalise l'expérience suivante : on gonfle un ballon de baudruche, puis on le lâche. Expliquer l'origine du mouvement du ballon et le caractère désordonné de sa trajectoire.

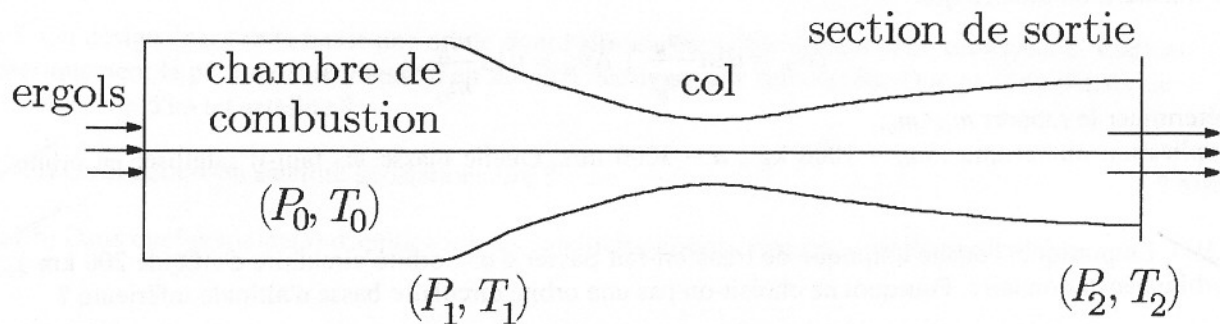
Tournez la page S.V.P.

C.I.2. On réalise une minifusée de la façon suivante : on prend une bouteille de plastique vide et on remplace le bouchon par un joint torique ; on introduit un gonfleur pour augmenter la pression de l'air à l'intérieur de la bouteille. Lorsque la pression dépasse 5 bars, la bouteille décolle. Expliquer pourquoi la fusée monte beaucoup plus haut lorsqu'elle contient partiellement de l'eau.

C.II. Etude du mouvement d'une fusée : ordres de grandeur

C.II.1. Une fusée de masse $m(t)$ éjecte avec un débit massique D supposé constant des gaz brûlés, avec une vitesse \bar{u} par rapport au référentiel de la fusée. En faisant un bilan de quantité de mouvement pour le système mécanique constitué par la fusée à l'instant t , montrer que l'éjection des gaz se traduit par une force de poussée $\vec{F} = -D\bar{u}$. Déterminer u pour un moteur cryotechnique hydrogène liquide-oxygène liquide de poussée 63 kN consommant 11,9 tonnes d'ergol en 780 s.

C.II.2. On se propose de déterminer l'ordre de grandeur de u en faisant une étude sommaire du moteur. On peut le considérer comme constitué d'une chambre de combustion suivie d'une tuyère (voir schéma).



C.II.2.a) On supposera que les turbo-pompes amènent l'oxygène et l'hydrogène dans la chambre de combustion à l'état gazeux et à une température de l'ordre de 298 K, dans les proportions stoechiométriques. Tous les constituants gazeux seront considérés comme parfaits et la combustion isobare et adiabatique. Déterminer la température de flamme dans ces conditions.

On donne

- l'enthalpie molaire de formation de l'eau à l'état vapeur à 298 K :

$$\Delta_{\text{formation}} H^0 = -246,1 \text{ kJ/mol}$$

- la capacité thermique molaire à pression constante de l'eau à l'état vapeur :

$$C_p = 30,54 + 10,29 \times 10^{-3} T \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}; (T \text{ en K})$$

En réalité, l'hydrogène est injecté en excès ; quelles en seront les principales conséquences ?

C.II.2.b) Les gaz brûlés sortant de la chambre de combustion sont évacués par une tuyère dans laquelle ils n'échangent aucun travail autre que celui des forces de pression, ni énergie thermique avec le milieu extérieur. On suppose l'écoulement permanent et unidimensionnel. Montrer qu'entre l'entrée et la sortie de la tuyère, une mole de gaz brûlé vérifie la relation

$$h_1 + \frac{1}{2} M u_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} M u_2^2$$

où h est l'enthalpie molaire, M la masse molaire et u la vitesse moyenne.

C.II.2.c) Justifier que l'écoulement peut être considéré comme isentropique.

En négligeant u_1 , calculer u_2 en fonction de T_1, P_1, P_2, γ ($\gamma = C_p/C_v$), M .

A.N. : $T_1 = 3500 \text{ K}$, $M = 12 \text{ g/mol}$; $\gamma_{\text{moyen}} = 1,2$; $P_1 = 35 \text{ bar}$; $P_2 = 50 \text{ hPa}$.

C.II.2.d) Pour l'étage principal de ARIANE 5, la documentation technique du moteur VULCAIN indique les caractéristiques suivantes :

- masse d'oxygène liquide : LOX (125 tonnes) ;
- masse d'hydrogène liquide : LH2(25 tonnes) ;
- poussée 850 kN au décollage, 1150 kN en croisière, durée de fonctionnement 10 min.

Vérifier si ces indications sont en concordance avec le modèle simple utilisé.

Justifier la différence entre la poussée au décollage et la poussée en croisière.

Pourquoi la documentation technique indique-t-elle une masse molaire moyenne de 12 g/mol ?

C.III. Nécessité d'une fusée à plusieurs étages

Dans les questions suivantes, l'étude du mouvement de la fusée sera fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

La mission d'un lanceur de satellite géostationnaire est d'amener le satellite à avoir une vitesse d'environ 10,5 km/s à un périgée situé à une altitude de 200 km.

C.III.1. En négligeant les frottements de l'air et en supposant le vol horizontal, montrer que la vitesse de la fusée augmente d'une quantité ΔV appelée " ΔV propulsif" telle que

$$\Delta \vec{V} = -\ln(M_i / M_f) \vec{u}$$

avec :

\vec{u} vitesse d'éjection des gaz supposée constante

M_i masse initiale de la fusée

M_f masse finale de la fusée qui comprend

- la masse du satellite (masse utile)
- la masse " sèche " de la fusée, c'est-à-dire la masse de la fusée vide d'ergols, la masse des ergols et fluides résiduels.

Déterminer la distance parcourue par la fusée pendant la combustion des ergols.

On rappelle que

$$\int \ln x \, dx = x \ln x - x$$

C.III.2. Montrer que la mission ne peut pas être assurée par une fusée à un seul étage ayant les caractéristiques du premier étage d'ARIANE 4 : masse d'ergols 229 tonnes, durée de fonctionnement 210 s, poussée 2700 kN, masse sèche 18 tonnes, masse utile 1 tonne.

Justifier qualitativement la nécessité d'une fusée à plusieurs étages, sachant que la satellisation nécessite une variation de vitesse de 8000 m/s.