

**SESSION DE 2000****concours externe  
de recrutement de professeurs certifiés  
et concours d'accès à des listes d'aptitude (CAFEP)****section : physique et chimie**

composition de physique avec applications

**Durée : 5 heures**

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.*

***Les candidats doivent reporter sur leur copie, devant leurs réponses, la numération complète (chiffres et lettres) des questions de l'énoncé.***

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant la raison des initiatives qu'il est amené à prendre de ce fait.*

*L'indication de l'unité employée devra être précisée pour chacun des résultats numériques.*

**Tournez la page S.V.P.**

## INTRODUCTION

On peut lire dans un ouvrage scientifique en introduction à l'étude des phénomènes oscillants :

« Quels principes un enfant utilise-t-il intuitivement pour entretenir le mouvement d'une balançoire ? Pourquoi un novice ne pourra-t-il tirer aucun son harmonieux d'un cor de chasse ? Qu'est-ce qui fait que le ciel est bleu ? Autant de questions en apparence bien différentes qui ont amené les physiciens à s'intéresser aux oscillateurs et à tenter de les modéliser.

Dans ce domaine, les ingénieurs, les artisans et techniciens ont fait preuve d'une grande virtuosité : aucun physicien n'a su construire un violon qui puisse égaler un Stradivarius. Les mécaniciens du Moyen Âge ont conçu les horloges astronomiques des cathédrales, souvent encore en état de marche, alors même que les lois physiques n'avaient pas été énoncées ! »

Nous allons dans ce sujet étudier quelques modèles d'oscillateurs.

*all ok*

## A. OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES

### A.I. Oscillations électriques forcées.

Un dipôle AB est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine d'inductance L, de résistance négligeable et d'un condensateur de capacité C branchés en série.

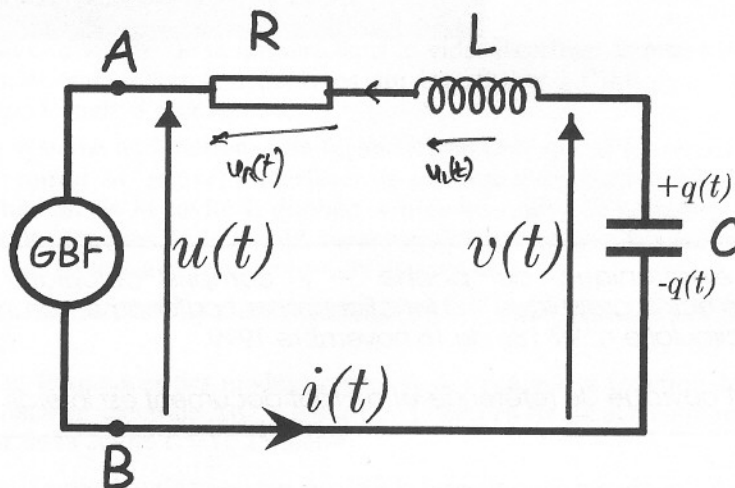


Figure 1

Il est alimenté par un générateur basse fréquence, supposé idéal, qui délivre une tension alternative sinusoïdale  $u(t)$  de valeur efficace  $U_0$  :

$$u(t) = U_0 \sqrt{2} \cos \omega t$$

( $\omega$  est la pulsation et  $t$  le temps).

#### A.I.1. Étude de la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur de capacité C.

A.I.1.a. En tenant compte des conventions indiquées sur le schéma, écrire les relations entre  $v(t)$  et  $q(t)$ , et entre  $i(t)$  et  $q(t)$ .

A.I.1.b. On pose  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q_0 = \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}}$ .

Calculer la valeur de ces grandeurs pour :  $R = 135 \Omega$ ,  $L = 0,04 \text{ H}$  et  $C = 22 \text{ nF}$ .

A.I.1.c. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension  $v(t)$  aux bornes du condensateur en faisant apparaître la tension  $u(t)$  et les grandeurs  $\omega_0$  et  $Q_0$ .

**A.I.2. Étude du régime forcé.**

A.I.2.a. Pourquoi dit-on que le dipôle AB est en régime forcé ? Quelle est l'allure de la courbe observée lorsqu'on applique la tension  $v(t)$  aux bornes d'un oscilloscope utilisé en mode balayage ?

A.I.2.b. On convient de noter  $\underline{u}(t)$  et  $\underline{v}(t)$  les tensions complexes associées aux tensions  $u(t)$  et  $v(t)$ .

Établir l'expression de la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}(t)}{\underline{u}(t)}$  en fonction de  $Q_0$  et de  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ .

A.I.2.c. Le générateur délivrant une tension de pulsation  $\omega = 31\,500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , on observe simultanément les variations de  $u(t)$  et de  $v(t)$  sur l'écran d'un oscilloscope utilisé en mode balayage. La tension  $v(t)$  aux bornes du condensateur est-elle en « avance ou en retard de phase » sur la tension  $u(t)$  délivrée par le générateur ? Calculer le déphasage  $\varphi$  entre  $u(t)$  et  $v(t)$ .

**A.I.3. Étude de la résonance en intensité.**

A.I.3.a. Donner l'expression de l'impédance complexe  $\underline{Z}$  du dipôle AB en fonction de la résistance  $R$  du dipôle AB, de  $Q_0$  et de  $x$ . Pour une tension de pulsation  $\omega = 31\,500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , calculer la valeur de l'impédance réelle  $Z$  du circuit avec les données numériques de la question A.I.1.b.

A.I.3.b. En déduire qu'il existe un maximum d'intensité dans le dipôle AB lorsque la pulsation  $\omega$  du générateur varie.

A.I.3.c. Pour  $U_0 = 5,4$  volts, calculer, à la résonance, les valeurs de l'intensité efficace  $I_0$  dans le circuit et de la tension efficace  $V_0$  aux bornes du condensateur.

A.I.3.d. Qu'appelle-t-on « bande passante » à moins trois décibels du dipôle AB pour la résonance en intensité ? Établir l'expression de la largeur  $\Delta\omega$  de cette bande passante en fonction de  $\omega_0$  et de  $Q_0$ . Calculer  $\Delta\omega$ . Que caractérise le coefficient  $Q_0$  ?

**A.II. Étude des oscillations électriques libres.**

Le dipôle AB précédent est maintenant relié à un commutateur à deux voies K. (fig. 2). Lorsque le commutateur K est basculé en position 1, le condensateur se charge sous la tension  $E$  délivrée par un générateur de tension constante.

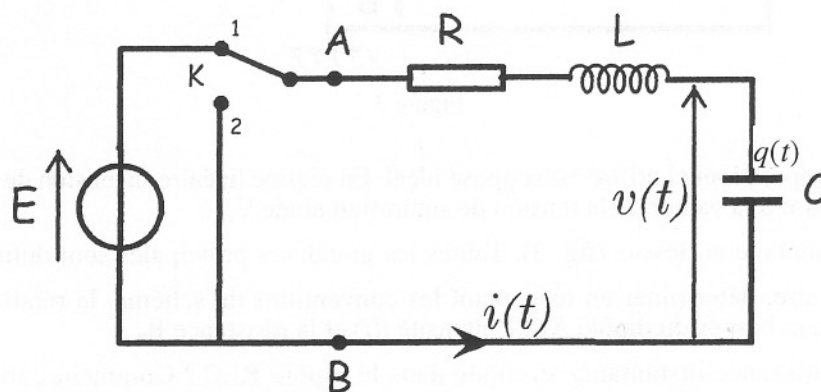


Figure 2

Le condensateur une fois chargé, on bascule à l'instant  $t = 0$  le commutateur K en position 2.

A.II.1. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension  $v(t)$  aux bornes du condensateur pour des instants  $t \geq 0$  ?

A.II.2. Quelles sont les conditions initiales de la décharge du condensateur : tension  $v(t = 0)$  et courant initial  $i(t = 0)$  ?

**Tournez la page S.V.P.**

A.II.3. Afin d'obtenir une forme réduite de l'équation différentielle, on introduit la grandeur

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \text{ et le degré d'amortissement } \alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Écrire l'équation différentielle réduite vérifiée par la tension  $v(\tau)$  aux bornes du condensateur, en introduisant les variables  $\tau$  et  $\alpha$ .

A.II.4. Montrer, sans résoudre l'équation différentielle, qu'il existe, selon les valeurs du degré d'amortissement  $\alpha$ , deux régimes principaux d'évolution de la tension  $v(\tau)$ .

Donner l'allure des variations de la tension  $v(\tau)$  dans chacun de ces deux régimes.

A.II.5. Pour quelle valeur de  $\alpha$  passe-t-on d'un régime à l'autre ? Pour cette valeur de  $\alpha$ , donner l'expression de la résistance du circuit. Comment nomme-t-on cette résistance ? Calculer sa valeur pour le circuit précédent avec  $L = 0,04 \text{ H}$  et  $C = 22 \text{ nF}$ .

### A.III. Oscillations électriques entretenues.

On s'intéresse maintenant à un dispositif électronique permettant d'entretenir les oscillations libres du montage précédent.

#### A.III.1. Résistance négative.

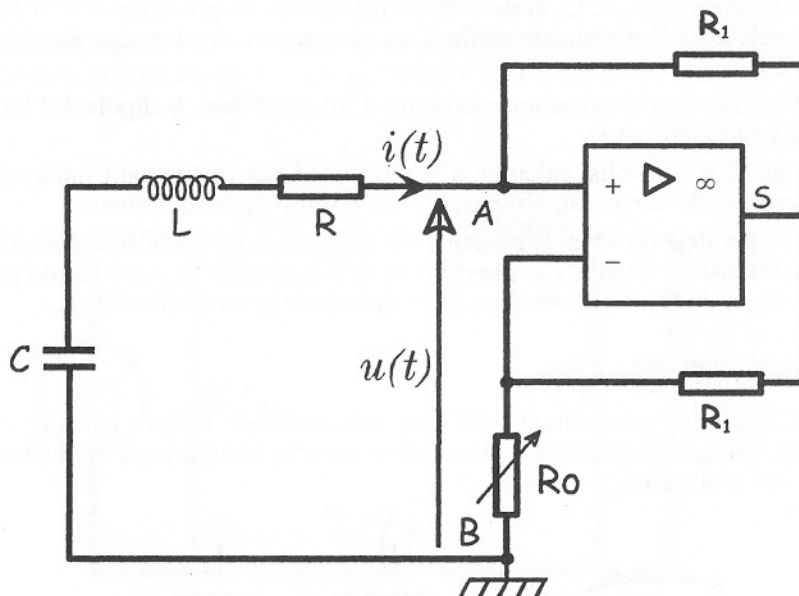


Figure 3

L'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal. En régime linéaire sa tension de sortie est, en valeur absolue, inférieure à la valeur de la tension de saturation notée  $V_{\text{sat}}$ .

On réalise le montage ci-dessus (fig. 3). Toutes les grandeurs principales sont définies sur le schéma.

En régime linéaire, déterminer en respectant les conventions du schéma, la relation entre la tension  $u(t) = V_A - V_B$  aux bornes du dipôle AB, l'intensité  $i(t)$  et la résistance  $R_0$ .

Quelle est la puissance instantanée dissipée dans le dipôle RLC ? Comment choisir la valeur de la résistance  $R_0$  pour obtenir l'entretien des oscillations ? D'où provient l'énergie reçue par le dipôle RLC série ?

#### A.III.2. Oscillateur de Van Der Pol.

A.III.2.a. Pour tenir compte des non-linéarités du montage, la caractéristique  $u = f(i)$  du dipôle AB (fig. 4), réalisé avec l'amplificateur opérationnel, est modélisée par une courbe d'équation unique de la forme  $u = -R_0 i + b i^3$ .

Montrer que cette fonction admet deux extremums pour des valeurs algébriques de  $i$  que l'on déterminera. Tracer l'allure de cette caractéristique.

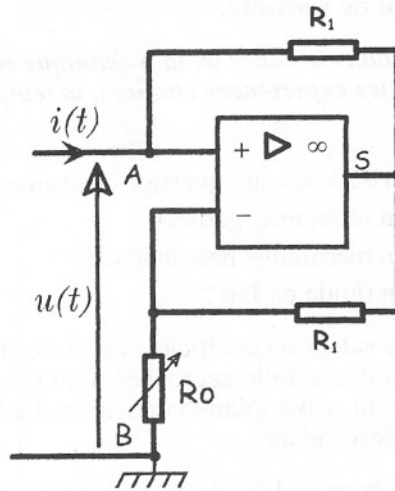


Figure 4

A.III.2.b. Le présent montage (fig. 4) est relié au dipôle RLC précédemment étudié. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité  $i(t)$  en faisant intervenir  $R_0$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $b$ .

A.III.2.c. Dans cette équation différentielle, on effectue un changement de variable en posant  $x = i$  et  $\tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}$ . On observe que  $x$  et ses dérivées par rapport à  $\tau$  vérifient l'équation différentielle suivante caractéristique d'un oscillateur de Van der Pol :

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} - \alpha (1 - \beta x^2) \frac{dx}{d\tau} + x = 0.$$

Établir les expressions de  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $R_0$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , et  $b$ .

En déduire la condition sur  $R_0$  et  $R$  imposée par la condition  $\beta \geq 0$ , condition de stabilité de l'oscillateur de Van der Pol.

*Mok*

## B. OSCILLATIONS MÉCANIQUES

### B.I. Détermination d'un coefficient de viscosité.

*Dans cette partie, on se place dans le cadre de la mécanique newtonienne. Le référentiel terrestre est supposé galiléen. Dans toutes les expériences étudiées, la température est supposée constante.*

#### B.I.1. Questions préalables :

Quelles réponses donneriez-vous aux questions suivantes posées par un élève de terminale ?

B.I.1.a. Qu'appelle-t-on référentiel galiléen ?

B.I.1.b. Qu'appelle-t-on mécanique newtonienne ?

B.I.1.c. Qu'appelle-t-on fluide parfait ?

On se propose de déterminer la valeur du coefficient de viscosité  $\eta$  d'un liquide. On étudie pour cela le mouvement oscillatoire amorti d'une bille accrochée à un ressort (fig. 5). On choisit un axe  $Ox$  dont l'origine est l'extrémité basse du ressort dans la position d'équilibre du système. La direction est la verticale orientée dans le sens descendant.

B.I.2. On réalise d'abord l'expérience dans l'air. On utilise une bille sphérique d'aluminium de masse volumique  $\mu_1$ , de rayon  $r = 1$  cm et de masse  $m$ . On accroche la bille à un ressort, supposé sans masse, de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . Les notations seront celles de la figure 5.

À l'équilibre du système, la longueur du ressort est  $l_e$ .

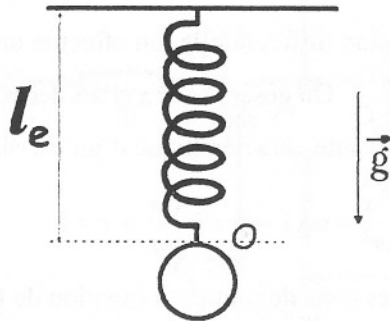


Figure 5

B.I.2.a. Établir l'expression de l'allongement du ressort à l'équilibre en fonction des paramètres caractérisant le système.

Calculer sa valeur avec les données suivantes :

- masse volumique de l'aluminium :  $\mu_1 = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- raideur  $k = 3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  ;
- $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

B.I.2.b. On écarte, verticalement, la bille de sa position d'équilibre ( $x(t=0) = 1$  cm) et on la lâche sans vitesse initiale ( $v(t=0) = 0$ ).

En utilisant une approche énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement.

En déduire l'expression de la pulsation  $\omega_0$  et de la période  $T_0$  des oscillations.

À partir des données numériques précédentes, calculer la valeur de la période  $T_0$ .

Écrire l'équation horaire  $x(t)$  du mouvement observé.

B.I.2.c. On appelle « trajectoire de phase » la courbe décrite par un point  $P(t)$  de coordonnées  $X(t) = x(t)$  et  $Y(t) = v(t)/\omega_0$  dans le plan de phase  $OXY$ . Représenter cette trajectoire de phase. La forme de cette courbe permet-elle de déterminer la nature du mouvement ?

B.I.3. On effectue maintenant l'expérience en plongeant la bille dans de l'huile de viscosité  $\eta$  que l'on cherche à déterminer.

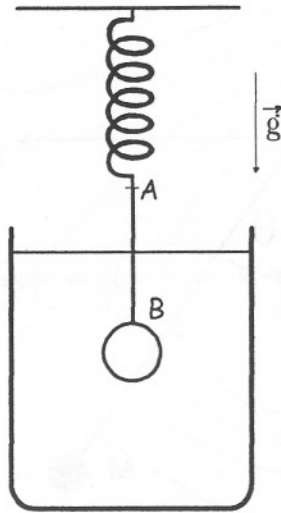


Figure 6

La masse volumique de cette huile est égale à  $\mu_2 = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Les notations sont celles de la figure 6.

La tige AB est supposée de masse nulle, le frottement de l'huile et la poussée d'Archimède sur cette tige sont supposés nuls.

Le ressort n'entre pas dans l'huile.

B.I.3.a. L'allongement du ressort dans sa position d'équilibre est-il identique à celui de la question B.I.2.a. ? Justifier la réponse.

B.I.3.b. On suppose que, dans l'huile, la sphère est soumise à une force de frottement donnée par la loi de Stokes :

$$\vec{f} = -6 \pi \eta r \vec{v} = -h \vec{v}.$$

Le coefficient de viscosité  $\eta$  se mesure en poiseuille (Pl). Quelle est la dimension de cette grandeur ?

B.I.3.c. On écarte à nouveau la sphère de sa position d'équilibre d'une longueur  $x(t=0) = a$  et on la lâche sans vitesse initiale.

Établir l'équation différentielle du mouvement.

B.I.3.d. On pose  $Q = m \omega_0 / h$ . Établir l'expression de Q en fonction de  $\eta$ ,  $k$ ,  $r$  et  $\mu_1$ .

B.I.3.e. Lorsque  $Q > 1$ , donner l'expression de la pseudo-période T du mouvement ainsi que la forme générale de  $x(t)$ .

On appelle « décrétement logarithmique », la grandeur  $\delta = \ln \left( \frac{x(t)}{x(t+T)} \right)$ .

Établir son expression en fonction de T, Q et  $\omega_0$ .

À des intervalles de temps successifs et égaux à une pseudo-période, on mesure les élongations maximales du ressort. Les valeurs expérimentales obtenues sont reportées dans le tableau suivant :

|                   |   |      |      |      |     |      |
|-------------------|---|------|------|------|-----|------|
| $x(t)$ en cm      | 6 | 4,45 | 3,30 | 2,45 | 1,8 | 1,35 |
| $\text{Ln}(x(t))$ |   |      |      |      |     |      |

Ces valeurs permettent de supposer  $Q \gg 1$ .

Après avoir complété le tableau sur votre copie, déduire de cette expérience les valeurs du coefficient  $Q$  et du coefficient de viscosité  $\eta$ .

### B.II. Étude d'un pendule simple.

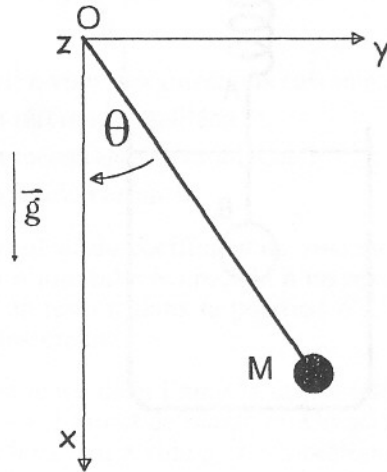


Figure 7

On considère le mouvement d'un pendule simple qui oscille dans un milieu où les forces de frottement sont inexistantes. Le pendule est constitué d'un objet ponctuel  $M$  de masse  $m$ , accroché par l'intermédiaire d'un fil rigide à un point fixe  $O$  (fig. 7).

On suppose le fil rigide sans masse. Sa longueur est  $l = 1$  m. On note  $\theta$  l'angle du fil  $OM$  avec la verticale. Son orientation est précisée sur la figure 7. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre  $\vec{g}$ , considéré comme uniforme.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle  $\theta(t=0) = \theta_0$  et on le lâche sans vitesse initiale.

#### B.II.1. Oscillations de faible amplitude.

B.II.1.a. Énoncer le théorème du moment cinétique appliqué à un point matériel.

B.II.1.b. Montrer que la trajectoire du point matériel  $M$  est plane.

B.II.1.c. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle  $\theta(t)$  en fonction du temps. Donner l'expression de la pulsation  $\omega_0$  du mouvement.

B.II.1.d. On a mesuré pour 20 périodes une durée de 40,12 s. Déduire de cette expérience une valeur de  $g$ .

#### B.II.2. Cas général.

On se place maintenant dans le cas d'oscillations d'amplitude plus importante. On désigne par  $E_m$ , l'énergie mécanique, par  $E_p$ , l'énergie potentielle et par  $E_c$  l'énergie cinétique du pendule.

B.II.2.a. Donner les expressions des énergies cinétique et potentielle en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $l$ ,  $\theta$  et

$\frac{d\theta}{dt}$ . (On prendra comme convention d'origine pour l'énergie potentielle  $E_p = 0$

pour  $\theta = 0$ ).

B.II.2.b. En déduire que l'équation de la trajectoire dans le plan de phase du point  $P$  de

coordonnées  $\theta(t)$  et  $y(t) = \frac{1}{\omega_0} \frac{d\theta}{dt}$  peut se mettre sous la forme :

$$y^2 + 2(1 - \cos(\theta)) = \frac{2E_m}{mgl}.$$



B.II.2.c. L'allure générale du portrait de phase de cette équation est donnée à la figure 8 ci-dessous.

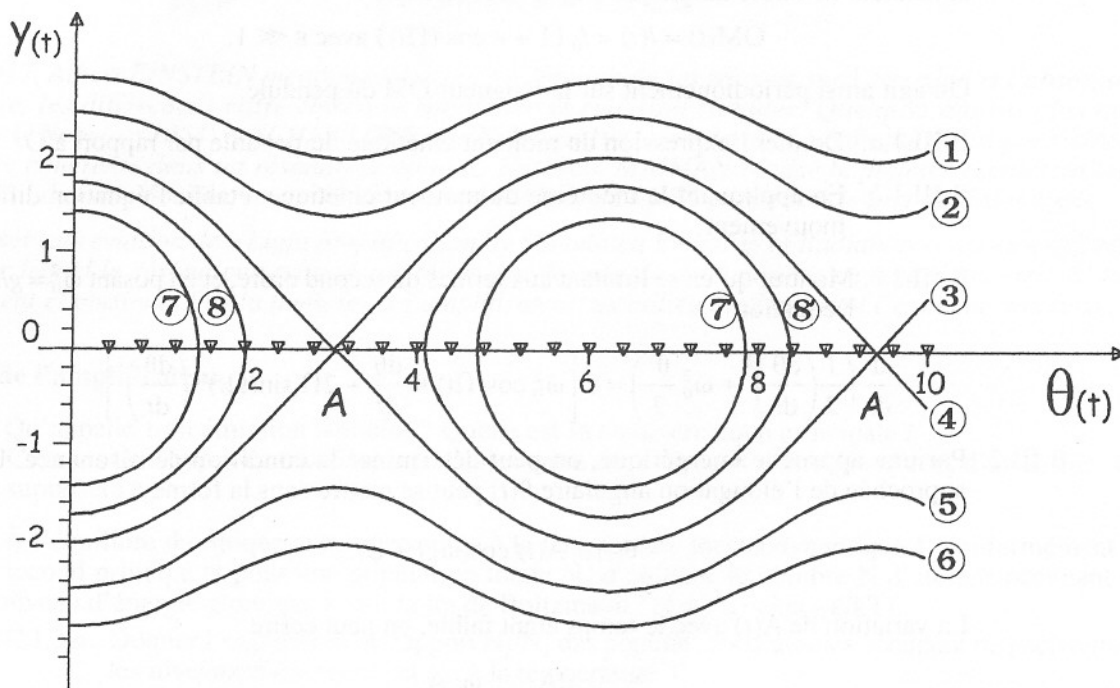


Figure 8

En reprenant les notations de la figure 8 :

Quelles sont les trajectoires de phase correspondant à  $E_m \ll 2mgl$  ?

À quelle situation correspondent les points A de la figure 8 ?

Quelles sont les courbes correspondant :

a. à un mouvement oscillatoire périodique autour d'une position d'équilibre stable ?

b. à un mouvement de révolution ?

### B.III. La résonance paramétrique.

Depuis des siècles, en la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle, un très gros encensoir d'une cinquantaine de kilogrammes, accroché à une corde d'une vingtaine de mètres, est mis en oscillation. Il est manipulé par huit hommes et atteint une amplitude de 80 degrés.

L'étude suivante se propose de modéliser le comportement de ce système.

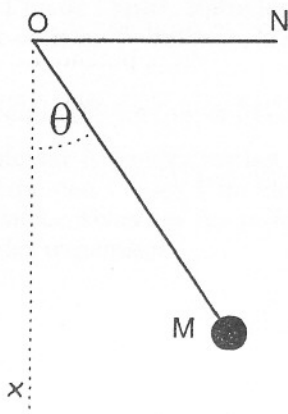


Figure 9

B.III.1. On considère un pendule simple de longueur variable  $l(t)$ , réalisé à l'aide d'un fil inextensible (MON) coulissant au travers d'un anneau en O. Son extrémité N est animée d'un mouvement sinusoïdal de faible amplitude (fig. 9) de sorte que :

$$OM(t) = l(t) = l_0 (1 + \varepsilon \cos(\Omega t)) \text{ avec } \varepsilon \ll 1.$$

On agit ainsi périodiquement sur la longueur OM du pendule.

B.III.1.a. Donner l'expression du moment cinétique du pendule par rapport à O.

B.III.1.b. En appliquant le théorème du moment cinétique, établir l'équation différentielle du mouvement.

B.III.1.c. Montrer qu'en se limitant aux termes du second ordre, et en posant  $\omega_0^2 = g/l_0$ , on obtient l'équation :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \omega_0^2 \frac{\theta^2}{2} \right] = \varepsilon \left[ \omega_0^2 \cos(\Omega t) \theta \frac{d\theta}{dt} + 2\Omega \sin(\Omega t) \cdot \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right].$$

B.III.2. Par une approche énergétique, on peut déterminer la condition de résonance. Une solution approchée de l'élongation angulaire  $\theta(t)$  peut se mettre sous la forme :

$$\theta(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

La variation de  $A(t)$  avec le temps étant faible, on peut écrire :

$$\frac{dA}{dt} \ll \frac{\omega_0 A}{2\pi}.$$

On suppose de plus que l'énergie mécanique  $E$  est proportionnelle au carré  $A^2$  de l'amplitude  $A$ .

B.III.2.a. Dans ces conditions, montrer que l'on peut écrire :

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \varepsilon \left[ 2\Omega \sin(\Omega t) - \left( \frac{\omega_0}{2} + \Omega \right) \sin((2\omega_0 + \Omega)t + 2\varphi) - \left( \frac{\omega_0}{2} - \Omega \right) \sin((2\omega_0 - \Omega)t + 2\varphi) \right].$$

B.III.2.b. On se propose de calculer la moyenne de  $\frac{1}{E} \frac{dE}{dt}$ .

Calculer la moyenne du second membre de l'équation précédente dans les deux cas suivants :

B.III.2.b (i).  $\Omega$  différent de  $2\omega_0$  ;

B.III.2.b (ii).  $\Omega$  égal à  $2\omega_0$ . Montrer, dans ce deuxième cas, que l'énergie croît exponentiellement.

**C'est le phénomène de résonance paramétrique.**

*Mark*

## C. À PROPOS DU LASER

En 1917, Albert EINSTEIN mentionne dans la publication de ses travaux sur l'émission et l'absorption de la lumière, les différences entre émission spontanée et émission stimulée. Quelques années plus tard, TOWNES (prix Nobel en 1964) et SCHAWLOW (prix Nobel en 1981) montrent la possibilité théorique d'obtenir de la lumière cohérente dans un résonateur optique. En 1960, MAIMAN réalise le premier oscillateur laser dans un cristal de rubis tandis que, la même année, JAVAN et BENNET présentent le premier laser à gaz.

Un laser (abréviation de « Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation ») est un oscillateur optique pour lequel le résonateur est une cavité optique formée de deux miroirs en regard qui réfléchissent successivement et plusieurs fois la lumière, et l'amplificateur, un milieu actif utilisant l'émission stimulée.

### C.I. Étude de l'amplificateur.

C.I.1. Qu'appelle-t-on émission stimulée ? Quelle est sa caractéristique principale ?

Citer les trois types de transitions possibles entre deux niveaux d'énergie  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  d'un atome. On supposera  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ .

C.I.2. À l'équilibre thermique avec une source à la température thermodynamique T, conformément au second principe et pour une population totale  $N_0$  d'atomes, le nombre N d'atomes occupant un niveau d'énergie atomique  $\epsilon$  suit la loi de Boltzmann :  $N = N_0 \cdot \exp(-\epsilon/kT)$ .

C.I.2.a. Donner l'expression du rapport  $N_2/N_1$  des populations d'atomes occupant respectivement les niveaux d'énergie  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_1$ , à la température T.

C.I.2.b. Calculer ce rapport à la température  $T = 393 \text{ K}$  ( $t = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ) pour les niveaux 5s et 3p du néon qui correspondent à un écart énergétique  $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 1,96 \text{ eV}$ . On rappelle les valeurs suivantes : charge élémentaire  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; constante de Boltzmann  $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

C.I.2.c. En général, une onde se propageant suivant une direction Oz dans un milieu à deux niveaux d'énergie s'amortit exponentiellement. Soit I l'intensité de cette onde :

$$I = I_0 \exp(-\alpha z) \text{ avec } \alpha \text{ proportionnel à } (N_1 - N_2).$$

Expliquer comment, dans un laser, le milieu, alors qualifié de milieu actif, produit une amplification de l'intensité de l'onde.

C.I.3. La transition radiative d'un laser hélium-néon correspond à la transition entre les niveaux 5s et 3p des atomes de néon pour lesquels  $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 1,96 \text{ eV}$ .

Calculer la fréquence  $\nu_0$  et la longueur d'onde  $\lambda_0$  de l'onde émise.

On donne :  $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .

### C.II. Étude du résonateur.

Dans une première approche, la cavité laser est supposée constituée de deux miroirs plans M et M' parallèles, placés à une distance L l'un de l'autre. Entre les miroirs un milieu actif d'indice de réfraction n remplit la cavité. À l'extérieur de celle-ci, le milieu, à la sortie du miroir M', est l'air d'indice pris égal à l'unité.

Le miroir M est parfaitement réfléchissant. Le miroir M' est semi-réfléchissant et non absorbant.

C.II.1. Un dispositif non représenté sur la figure, permet d'envoyer à l'intérieur de la cavité une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$  sous l'incidence  $i$  sur la face interne réfléchissante du miroir M. Par réflexions successives sur les miroirs M et M' on obtient alors une multitude d'ondes réfléchies et d'ondes transmises.

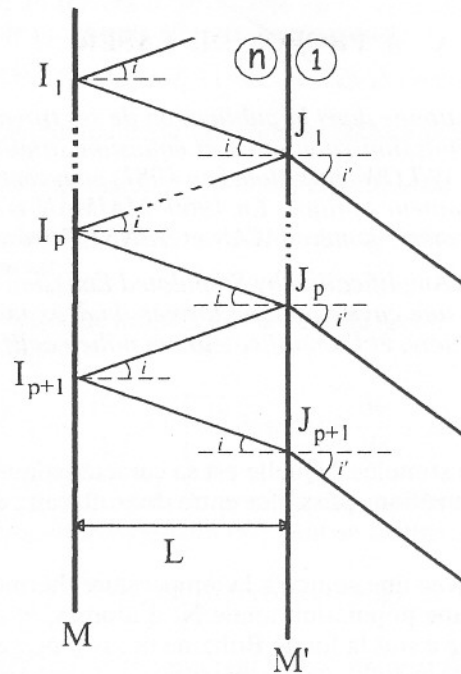


Figure 10

C.II.1.a. Soit  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Exprimer le retard de phase  $\Phi$  entre deux ondes transmises consécutives qui interfèrent à l'infini, en fonction de  $\nu$ ,  $n$ ,  $L$ ,  $c$  et de l'angle d'incidence  $i$ .

C.II.1.b. Le système ne fonctionne de façon satisfaisante que si les ondes transmises à la sortie du miroir  $M'$  peuvent interférer de manière constructive. En déduire que, pour une longueur de la cavité  $L$  donnée, seules les ondes de certaines fréquences, appelées modes propres de la cavité, caractérisées par un nombre entier  $p$ , sont susceptibles d'être émises avec une amplitude maximale.

Dans toute la suite du problème, on suppose l'angle d'incidence  $i$  nul et l'indice  $n$  du milieu actif égal à l'unité.

C.II.2. Déterminer les fréquences des modes propres  $\nu_p$  de la cavité en fonction de  $p$ ,  $L$  et  $c$ . Calculer la distance spectrale  $\Delta\nu_L$ , c'est-à-dire l'écart en fréquence entre les modes propres pour une longueur de la cavité  $L = 0,25$  mètre.

C.II.3. L'amplificateur a une bande passante, égale à la largeur de la raie émise,  $\Delta\nu_A$  de 1500 MHz. Une étude énergétique montre que la cavité a un facteur de qualité  $Q$  élevé :  $Q = 10^8$  pour le mode propre  $\nu_p = 4,74 \cdot 10^{14}$  Hz ( $\lambda = 632,8$  nm). Calculer la largeur  $\Delta\nu_p$  d'une raie laser centrée sur  $\nu_p$ . Comparer  $\Delta\nu_p$ ,  $\Delta\nu_L$  et  $\Delta\nu_A$ . Conclure.

### C.III. Applications du LASER.

Citer deux applications pratiques des lasers en indiquant les propriétés du faisceau qui sont mises à profit.